Спінові хвилі у довільній феромагнітній наносистемі з трансляційною симетрією. Нанотрубка кругового перерізу. Нанотрубка еліптичного перерізу.

В.В. Куліш*

Національний Технічний Університет України «КПІ», просп. Перемоги, 37, 03056, Київ, Україна

(Одержано 25.03.2014; у відредагованій формі – 05.06.2013; опубліковано online 20.06.2014)

У роботі досліджуються спінові хвилі у довільній композитній наносистемі з трансляційною симетрією, що містить легковісний феромагнетик. Для такої системи у магнітостатичному наближенні записано рівняння для магнітного потенціалу з урахуванням магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії та ефектів анізотропії. Запропоновано теорію, що дозволяє отримання дисперсійного відношення та спектру поперечних хвильових чисел для конкретної системи такого типу; отримано дисперсійне відношення для системи з малими поперечними розмірами. Записано дисперсійне відношення та спектр поперечних хвильових чисел для нанотрубок кругового та еліптичного перерізів.

Ключові слова: Спінові хвилі, Наномагнетизм, Феромагнітна нанотрубка, Феромагнітний нанодріт, Дипольно-обмінна теорія.

PACS numbers: 62.23.St, 75.30.Ds, 75.75. + a

1. ВСТУП

Спінові хвилі у наносистемах різних конфігурацій є актуальною темою досліджень у останні роки. Такі хвилі є перспективними для технічних застосувань – для створення нових пристроїв зберігання інформації [1, 2], передачі інформації [1, 2], нових обчислювальних пристроїв [3] тощо.

Відомо, що картина спінових збуджень у наносистемі залежить суттєво від її форми та розмірів. Тому спінові хвилі досліджуються в різних типах наносистем – тонких феромагнітних плівках [4, 5], нанодротах [6, 7], мікронно-розмірних магнітних квантових точках [8] та інших наносистемах – окремо, як теоретично, так і експериментально.

Розвиток нанотехнологій у останні десятиріччя призвів до синтезу та використання композитних наноструктур. Відомо, що нанокомпозити, які містять феромагнетик, проявляють низку аномальних властивостей [9-13]. Спінові хвилі у нанокомпозитах різних конфігурацій інтенсивно досліджуються [14, 15], проте, спінові хвилі у композитних наночастинках залишаються порівняно маловивченими.

Серед композитних наночастинок окреме місце посідають металеві нанотрубки [16, 17], що знаходять все більше практичних застосувань. В останні роки синтезуються та досліджуються нанодроти та нанотрубки некругового перерізу (див., наприклад, [18]), властивості яких відрізняються від властивостей кругових нанодротів та нанотрубок (див., наприклад, [19]). Серед таких наносистем особлива увага приділяється синтезу та дослідженням нанодротів та нанотрубок еліптичного перерізу [20-22]. Тому магнітні нанодроти [23] та магнітні нанотрубки [24-26], зокрема некругового перерізу, представляють особливий інтерес для дослідників спінових хвиль. (Зауважимо особливо, що типові синтезовані магнітні нанодроти та особливо нанотрубки часто мають переріз, що суттєво відрізняється від кругового, див., наприклад, [26].) Проте, спінові хвилі у таких наноструктурах (крім спінових хвиль у нанодротах кругового перерізу, див., наприклад, [6, 7]) залишаються порівняно маловивченими, що робить їх дослідження актуальним.

У даній роботі досліджуються спінові хвилі у феромагнітній наносистемі з трансляційною симетрією (нанодріт довільного перерізу, взагалі, не суцільний; одношарові нанотрубки довільного профілю та суцільні нанодроти довільного профілю входять у такий клас наносистем як частковий випадок). Запропоновано теорію, що дозволяє отримання дисперсійного відношення та спектру поперечних хвильових чисел у таких наносистемах; записано дисперсійне відношення для випадку наносистеми з малими поперечними розмірами суцільних областей феромагнетику (тонкий нанодріт, тонка нанотрубка та ін.). Записано дисперсійне відношення та спектр поперечних хвильових чисел для випадків нанотрубки кругового та еліптичного перерізів.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо феромагнітну наносистему, що має трансляційну симетрію (нанотрубку довільного профілю, суцільний нанодріт довільного профілю тощо).

Нехай феромагнетик, з якого складається система, є одновісним кристалом, вісь якого спрямована уздовж трансляційного напрямку системи, і має тип «легка вісь», так що рівноважна намагніченість $\vec{M}_0$ також спрямована уздовж цього напрямку. Будемо вважати, що феромагнетик характеризується наступними параметрами: константа одновісної анізотропії β (вважається постійною), константа обмінної енергії α. Гіромагнітне відношення феромагнетику γ вважаємо фіксованим і відомим. Згасання для спінових хвиль вважаємо несуттєвим, нехтуючи релаксаційним доданком у рівнянні Ландау-Ліфшица.

Розглянемо спінову хвилю, що розповсюджується у описаній вище наносистемі (паралельно до її осі) з малими збуреннями густини магнітного моменту та,

* kulish_volv@ukr.net

відповідно, магнітного поля. Таким чином, ми вважаємо відхилення густини магнітного моменту $\vec{m}$ та поля всередині феромагнетику $\vec{h}$ від їх рівноважних значень – $\vec{M}_0$ та $\vec{H}_0^{(i)}$, відповідно – малими порівняно з цими рівноважними значеннями: $|\vec{m}| << |\vec{M}_0|$, $|\vec{h}| << |\vec{H}_0^{(i)}|$. Введемо координатну вісь Oz, спрямовану уздовж осі (трансляційного напрямку) наносистеми. Враховуючи типові розміри нанотрубок і нанодротів та відповідні обмеження на хвильове число, при описі спінової хвилі у такій наносистемі ми, взагалі, повинні врахувати у рівнянні Ландау-Ліфшиця як магнітну диполь-дипольну взаємодію, так і обмінну взаємодію. Оскільки ми розглядаємо одновісний феромагнетик, ми маємо також залишити доданок, що описує анізотропію.

Наша задача полягає у знаходженні дисперсійного відношення та спектру радіальних хвильових чисел для такої спінової хвилі.

3. ДОВІЛЬНА ФЕРОМАГНІТНА СИСТЕМА З ТРАНСЛЯЦІЙНОЮ СИМЕТРІЄЮ

3.1 Рівняння для магнітного потенціалу

Запишемо лінеаризоване рівняння Ландау-Ліфшица для спінової хвилі, описаної у попередньому розділі. Для того, щоб зробити систему рівнянь повною, використаємо магнітостатичне наближення (див., наприклад, [27]), вважаючи поле спінової хвилі $\vec{h}$ потенціальним: $\vec{h} = -\nabla\Phi$, де Φ – магнітний потенціал. Така система рівнянь матиме наступний вигляд [27]:

$$\begin{cases} i\omega\vec{m}_0 = \gamma\left(M_0\vec{e}_z \times \left(-\nabla\Phi_0 + \alpha\Delta\vec{m}_0 - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)\vec{m}_0\right)\right) \\ \Delta\Phi_0 = 4\pi\,\mathrm{div}\,\vec{m}_0 \end{cases}, \tag{1}$$

причому $\vec{H}_0^{(i)} = \vec{H}_0^{(e)} - 4\pi\hat{N}\vec{M}_0$, де $\vec{H}_0^{(e)}$ – зовнішнє поле, в якому знаходиться нанотрубка, $\hat{N}$ – тензор розмагнічуючих коефіцієнтів (для багатьох конфігурацій системи можна вважати $4\pi\hat{N}\vec{M}_0 = 0$, $\vec{H}_0^{(i)} = \vec{H}_0^{(e)}$). Тут ми врахували, що намагніченість та поле хвилі періодично змінюються з часом: $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}_0(\vec{r})\exp(i\omega t)$, $\vec{h}(\vec{r},t) = \vec{h}_0(\vec{r})\exp(i\omega t)$; Φ_0 – потенціал амплітуди збурення поля $\vec{h}_0$, так що $\vec{h}_0 = -\nabla\Phi_0$, $\Phi(\vec{r},t) = \Phi_0(\vec{r})e^{i\omega t}$.

Будемо вважати, що симетрія наносистеми, яку ми розглядаємо, припускає введення відповідної ортогональної циліндричної (необов'язково кругового циліндру) системи координат (x_1,x_2,z), так що кожна поверхня розділу феромагнетик-немагнітне середовище задається рівнянням вигляду $x_1 = a_i$, де i – номер поверхні розділу (змінюється від 1 до N, де N – загальна кількість таких поверхонь), a_i – константи. (Зауважимо, що для довільної системи з трансляційною симетрією ми можемо ввести, наприклад, координати кругового циліндру (ρ, θ, z) та пробити наведені нижче перетворення для отримання дисперсійного відношення; проте, при знаходженні спектру хвильових чисел з використанням граничних умов на цих поверхнях розділу ми маємо використовувати систему координат, що відповідає симетрії наносистеми.)

Отримаємо спочатку рівняння для магнітного потенціалу, виключивши збурення густини магнітного моменту $\vec{m}_0$ з цієї системи рівнянь. Будемо працювати у введеній вище системі координат (x_1,x_2,z). Переписавши перше рівняння системи (1) у вигляді

$$\frac{i\omega}{\gamma M_0}\vec{m}_0 = \vec{e}_z \times \left(-\nabla\Phi_0 + \alpha\Delta\vec{m}_0 - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)\vec{m}_0\right), \tag{2}$$

домножимо векторно обидві частини зліва на орт $\vec{e}_z$ та візьмемо дивергенцію від обох частин рівняння. Зважаючи на те, що $m_{0z} = 0$, а з другого рівняння системи (1) $\mathrm{div}\,\vec{m}_0 = \Delta\Phi_0/4\pi$, ми отримаємо

$$-\frac{i\omega}{\gamma M_0}\mathrm{div}\left(\vec{e}_z \times \vec{m}_0\right) = \\ = -\Delta\Phi_0 + \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial z^2} + \frac{1}{4\pi}\left(\alpha\Delta - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)\right)\Delta\Phi_0. \tag{3}$$

Для перетворення лівої частини рівняння застосуємо до обох частин оператор $\alpha\Delta - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)$. Використовуючи домножене векторно на орт $\vec{e}_z$ зліва рівняння (2), отримуємо

$$-\frac{i\omega}{\gamma M_0}\mathrm{div}\left(\vec{e}_r \times \left(-\frac{i\omega}{\gamma M_0}\vec{e}_r \times \vec{m}_0 + \nabla\Phi_0 - \frac{\partial\Phi_0}{\partial z}\vec{e}_z\right)\right) = \\ = \left(\alpha\Delta - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)\right)\left(-1 + \frac{1}{4\pi}\left(\alpha\Delta - \left(\beta + H_0^{(i)}/M_0\right)\right)\right)\Delta\Phi_0 + \\ + \left(\alpha\Delta - \left(\beta + \frac{H_0^{(i)}}{M_0}\right)\right)\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial z^2}, \tag{4}$$

а оскільки

$$\mathrm{div}\left(\vec{e}_z \times \left(\nabla\Phi_0 - \frac{\partial\Phi_0}{\partial z}\vec{e}_z\right)\right) = 0,$$

$$\mathrm{div}\left(\vec{e}_z \times \left(\vec{e}_z \times \vec{m}_0\right)\right) = -\frac{\Delta\Phi_0}{4\pi},$$

то шукане диференційне рівняння для магнітного потенціалу остаточно перепишеться

$$\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta - \alpha\Delta\right)\left(\left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta\right) + 4\pi - \alpha\Delta\right)\right)\Delta\Phi_0 + \\ + 4\pi\left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta - \alpha\Delta\right)\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial z^2} = 0 \tag{5}$$

Як можна бачити, рівняння, що ми отримали, є аналогічним до відомого рівняння для циліндричного нанодроту (див., наприклад, [7]). Це дисперсійне рівняння є однаковим для всіх феромагнітних систем з трансляційною симетрією, і, як ми бачимо, у рівняння (5) не входять геометричні параметри системи.

3.2 Дисперсійне відношення, загальний випадок

Знайдемо відношення між частотою спінової хвилі та хвильовим числом, використовуючи рівняння (5) для магнітного потенціалу спінових хвиль.

Нехай функція $F(x_1, x_2, k_\perp)$ є загальним розв'язком двовимірного рівняння Гельмгольца у координатах (x_1,x_2), так що $\Delta_\perp F - k_\perp^2 F = 0$, тут $k_\perp$ – поперечне хвильове число (описує розповсюдження хвилі у напрямку, поперечному до осі симетрії системи). Тоді розв'язком рівняння (5) для нанотрубки є потенціал наступного вигляду:

$$\Phi_0 = F\left(x_1, x_2, k_\perp\right)\exp\left(ik_\parallel z\right), \tag{6}$$

де $k_\parallel$ – поздовжнє хвильове число. Підстановка розв'язку (6) у рівняння (5) дозволяє отримати наступне дисперсійне рівняння:

$$\begin{aligned}&\alpha^2\left(k_\parallel^2+k_\perp^2\right)^3+2\alpha\left(\tilde{\beta}+2\pi\right)\left(k_\parallel^2+k_\perp^2\right)^2+\\&+\left(\tilde{\beta}\left(\tilde{\beta}+4\pi\right)-\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2}-4\pi\alpha k_\parallel^2\right)\left(k_\parallel^2+k_\perp^2\right)-4\pi\tilde{\beta}k_\parallel^2=0\end{aligned}, \tag{7}$$

з якого отримуємо дисперсійне відношення

$$\omega=\gamma M_0\sqrt{\alpha^2k^4+2\alpha\left(2\pi+\tilde{\beta}\right)k^2+\tilde{\beta}\left(4\pi+\tilde{\beta}\right)-4\pi k_\parallel^2\left(\alpha+\frac{\tilde{\beta}}{k^2}\right)}, \tag{8}$$

тут $k^2 = k_\parallel^2 + k_\perp^2$, величина $\tilde{\beta} = \beta + H_0^{(i)}/M_0$ (причому для конфігурацій системи, за яких $4\pi\hat{N}\vec{M}_0 = 0$, виконується $\tilde{\beta} = \beta + H_0^{(e)}/M_0$).

Зауважимо, що у отримане дисперсійне рівняння (8) входять дві компоненти хвильового вектора. За умови досить довгої трубки компоненту $k_\parallel$ можна вважати такою, що змінюється неперервно; отже, для опису спінових хвиль у системі потрібно задати спектр $k_\perp$.

Якщо поперечні розміри суцільних областей феромагнетику у наносистемі є досить малими (порядку або менше за довжину обмінної взаємодії), ми можемо знехтувати поперечними коливаннями, поклавши $k_\perp = 0$, $k = k_\parallel$, так що дисперсійне рівняння перепишеться

$$\omega=\gamma M_0\sqrt{\alpha^2k^4+2\alpha\left(2\pi+\tilde{\beta}\right)k^2+\tilde{\beta}\left(4\pi+\tilde{\beta}\right)-4\pi k^2\left(\alpha+\frac{\tilde{\beta}}{k^2}\right)}. \tag{9}$$

У випадку, коли поперечними коливаннями у спіновій хвилі нехтувати не можна, для отримання дисперсійного рівняння потрібно конкретизувати профіль системи та записати граничні умови на її поверхні.

3.3 Спектр поперечних хвильових чисел

Якщо поперечні розміри системи не є досить малими для того, щоб можна було покласти $k_\perp = 0$, дисперсійне відношення (8), взагалі, має бути доповнено спектром поперечних хвильових чисел. Для його знаходження запишемо граничні умови для магнітного потенціалу на границі феромагнетику.

В загальному випадку ми маємо розв'язати рівняння (5) як у феромагнетику, так і у зовнішньому просторі та зшити ці розв'язки з використанням граничних умов. Проте, задача значно спрощується у випадку, коли феромагнітна наносистема обмежена металевими немагнітними поверхнями, причому провідність метала є достатньо високою, так що при записі граничних умов ми можемо вважати її ідеальною. В цьому випадку гранична умова зводиться до умови обнулення нормальної похідної магнітного потенціалу на поверхні феромагнетику, див., наприклад, [28]:

$$\nabla\Phi\vec{n}_0 = 0, \tag{10}$$

де $\vec{n}_0$ – орт нормалі до поверхні розділу. У введеній нами раніше системі координат (x_1, x_2, z) ця гранична умова запишеться

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\right|_{x_1=a_i} = 0,$$

тобто, зважаючи на вигляд магнітного потенціалу,

$$\left.\frac{\partial F\left(x_1,x_2,k_\perp\right)}{\partial x_1}\right|_{x_1=a_i} = 0 \tag{11}$$

для всіх i. Така система граничних умов і задає шуканий спектр хвильових чисел $\left\{k_{\perp j}\right\}$.

Дисперсійне відношення (8) разом зі спектром хвильових чисел $\left\{k_{\perp j}\right\}$, отриманих з системи рівнянь (11), розв'язують поставлену задачу для довільної феромагнітної наносистеми з трансляційною симетрією, що припускає введення відповідної ортогональної системи координат. Конкретизуємо геометрію наносистеми, яку ми розглядаємо, застосувавши побудовану вище теорію до випадків одношарової нанотрубки з круговим перерізом та одношарової нанотрубки з еліптичним перерізом. Знайдемо спектр поперечних хвильових чисел у кожному з цих випадків.

4. ЗАСТОСУВАННЯ ДО НАНОСИСТЕМ КОНКРЕТНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

4.1 Нанотрубка у формі кругового циліндру

Розглянемо феромагнітну нанотрубку кругового перерізу (круговий циліндр) з внутрішнім радіусом a та зовнішнім радіусом b. Симетрії такої задачі відповідає циліндрична система координат (ρ,θ,z). При цьому магнітостатичний потенціал (5) має наступний вигляд:

$$\Phi_0 = \left(A_1 J_n\left(k_\perp\rho\right)+A_2 N_n\left(k_\perp\rho\right)\right)\exp\left(i\left(n\theta+k_\parallel z\right)\right), \tag{12}$$

так що функція

$$F\left(\rho,\theta,k_\perp\right) = \left(A_1 J_n\left(k_\perp\rho\right)+A_2 N_n\left(k_\perp\rho\right)\right)\exp\left(in\theta\right). \tag{13}$$

Граничні умови (11) для такої нанотрубки зведуться до наступних умов на внутрішній та зовнішній поверхні нанотрубки:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \rho}\right|_{\rho=a,b} = 0\,. \qquad (14)$$

Підставимо в граничну умову (14) функцію F у записаній вище формі. У отриману систему двох рівнянь входять три невідомі – A_1, A_2 та $k_\perp$. Проте, ми можемо виключити одну невідому, розділивши обидва рівняння системи, наприклад, на константу A_1 та отримати таким чином повну систему рівнянь відносно змінних $k_\perp$ та A_2/A_1:

$$\begin{cases} J_n'(k_\perp a) + \dfrac{A_2}{A_1} N_n'(k_\perp a) = 0 \\ J_n'(k_\perp b) + \dfrac{A_2}{A_1} N_n'(k_\perp b) = 0 \end{cases} \qquad (15)$$

Для випадку широкої нанотрубки, так що $k_\perp a >> 1$, ми можемо отримати простіший вираз для спектру поперечних хвильових чисел, використавши асимптотику функцій Бесселя. Справді, при $k_\perp a >> 1$ отримуємо

$$\Phi_0 \approx \frac{C}{\sqrt{\rho}} \sin(k_\perp \rho + \delta)\exp\big(i(n\theta + k_\parallel z)\big), \qquad (16)$$

тут C – константа нормування, δ – початкова фаза. Запишемо радіальну похідну від магнітного потенціалу:

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial \rho} \approx \frac{k_\perp C}{\sqrt{\rho}}\Big(\cos(k_\perp \rho + \delta) - (2k_\perp \rho)^{-1}\sin(k_\perp \rho + \delta)\Big)\times$$
$$\times \exp\big(i(n\theta + k_\parallel z)\big)\,. \qquad (17)$$

Для нашого наближення широкої нанотрубки $2k_\perp \rho >> 1$ всюди всередині нанотрубки. Через те, що $\cos(k_\perp \rho + \delta)$ та $\sin(k_\perp \rho + \delta)$ є швидко осцилюючими функціями, ми не можемо знехтувати доданком $(2k_\perp \rho)^{-1}\sin(k_\perp \rho + \delta)$ безпосередньо. Проте, ми можемо записати з точністю до малих другого порядку

$$\cos(k_\perp \rho + \delta) - \frac{1}{2k_\perp \rho}\sin(k_\perp \rho + \delta) \approx \cos\left(k_\perp \rho + \frac{1}{2k_\perp \rho} + \delta\right), \qquad (18)$$

так що умова (14) буде наближено виконуватись при

$$\cos\left(k_\perp a + \frac{1}{2k_\perp a} + \delta\right) = \cos\left(k_\perp b + \frac{1}{2k_\perp b} + \delta\right) = 0\,. \qquad (19)$$

Звідси витікає $\left(k_\perp b + (2k_\perp b)^{-1}\right) - \left(k_\perp a + (2k_\perp a)^{-1}\right) = \pi n$, де n – довільне ціле число. Переписавши цей вираз у вигляді

$$k_\perp (b-a)\left(1 - \left(2k_\perp^2 ab\right)^{-1}\right) = \pi n \qquad (20)$$

і нехтуючи доданком $\left(2k_\perp^2 ab\right)^{-1}$ порівняно з одиницею, отримуємо остаточно спектр хвильових чисел у вигляді

$$k_\perp = \frac{\pi n}{b-a}\,. \qquad (21)$$

Отже, ми отримали у неявному вигляді спектр хвильових чисел для феромагнітної нанотрубки кругового перерізу та записали спектр у явному вигляді для випадку широкої нанотрубки. Зауважимо, що в останньому випадку, як видно зі співвідношення (21), спектр хвильових чисел стає квазіодновимірним, так що при виконанні умови $k_\perp a >> 1$ картина спінових хвиль у нанотрубці стає аналогічною до картини спінових хвиль у тонкій плівці.

4.2 Нанотрубка у формі еліптичного циліндру

Розглянемо феромагнітну нанотрубку з еліптичним перерізом (еліптичний циліндр), півосі якого дорівнюють a_2, b_2 (для зовнішньої поверхні) та a_1, b_1 (для внутрішньої поверхні). Для такої наносистеми введемо координати еліптичного циліндра

$$\begin{cases} x = 0.5d\,\mathrm{ch}(u)\cos(v) \\ y = 0.5d\,\mathrm{sh}(u)\sin(v)\,. \\ z = z \end{cases} \qquad (22)$$

Рівняння $u = \mathrm{const}$ в таких координатах описує еліптичний циліндр з півосями $0.5d\,\mathrm{ch}(u)$, $0.5d\,\mathrm{sh}(u)$. Таким чином, ми можемо задати поверхні, що обмежують нанотрубку, рівняннями $u = u_1$, $u = u_2$, причому $\mathrm{ch}(u_1) = 2b_1/d$, $\mathrm{sh}(u_1) = 2a_1/d$, $\mathrm{ch}(u_2) = 2b_2/d$, $\mathrm{sh}(u_2) = 2a_2/d$.

Як відомо, розв'язком двовимірного рівняння Гельмгольца $\Delta_\perp F - k_\perp^2 F = 0$ у еліптичних координатах є функції Матьє:

$$F(u,v,k_\perp) = \begin{cases} Ce_m(u,\alpha)\,ce_m(v,\alpha) \\ Se_m(u,\alpha)\,se_m(v,\alpha) \end{cases}, \qquad (23)$$

тут величина $\alpha = k_\perp^2 d^2/16$. Отже, загальний розв'язок (5) у цьому випадку має вигляд

$$\Phi_0 = \big(C_1 Ce_m(u,\alpha)\,ce_m(v,\alpha) + C_2 Se_m(u,\alpha)\,se_m(v,\alpha)\big)\times$$
$$\times \exp\big(ik_\parallel z\big)\,, \qquad (24)$$

так що функція

$$F(u,v,k_\perp) = C_1 Ce_m(u,\alpha)\,ce_m(v,\alpha) +$$
$$+ C_2 Se_m(u,\alpha)\,se_m(v,\alpha)\,. \qquad (25)$$

Граничні умови (11) для еліптичної нанотрубки запишуться у наступному вигляді:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{u=u_1,u_2} = 0\,, \qquad (26)$$

звідси отримуємо

$$C_1 Ce'_m(u_1,\alpha)\,ce_m(v,\alpha) + C_2 Se'_m(u_1,\alpha)\,se_m(v,\alpha) =$$
$$= C_1 Ce'_m(u_2,\alpha)\,ce_m(v,\alpha) + C_2 Se'_m(u_2,\alpha)\,se_m(v,\alpha) = 0\,. \qquad (27)$$

Для того, щоб задовільнити умові (27) за будь-яких v, очевидно, необхідно покласти $C_1 = 0$ або $C_2 = 0$. Таким чином, ми отримуємо два класи розв'язків:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} F(u,v,k_\perp) = C_1 Ce_m\left(u, k_\perp^2 d^2/16\right) ce_m\left(v, k_\perp^2 d^2/16\right) \\ Ce'_m\left(u_1, k_\perp^2 d^2/16\right) = Ce'_m\left(u_2, k_\perp^2 d^2/16\right) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} F(u,v,k_\perp) = C_2 Se_m\left(u, k_\perp^2 d^2/16\right) se_m\left(v, k_\perp^2 d^2/16\right) \\ Se_m'\left(u_1, k_\perp^2 d^2/16\right) = Se_m'\left(u_2, k_\perp^2 d^2/16\right) = 0 \end{cases} \end{array}\right. \tag{28}$$

Система (28) визначає шуканий спектр поперечних хвильових чисел для спінових хвиль у феромагнітній нанотрубці еліптичного перерізу.

5. ВИСНОВКИ

Таким чином, ми побудували теорію, що дозволяє отримання дисперсійного відношення та спектру поперечних хвильових чисел для спінових хвиль у феромагнітій циліндричній наносистемі довільного перерізу (за умови можливості введення відповідної ортогональної системи координат). Ми записали дисперсійне відношення та систему рівнянь для спектру поперечних хвильових чисел в цьому випадку. Отримане дисперсійне відношення має однаковий вигляд для всіх наносистем вказаного вище типу та співпадає з відомим рівнянням для циліндричного нанодроту. Ми також записали дисперсійне відношення для випадку, коли поперечні розміри суцільних областей феромагнетику є малими (менше або порядку обмінної довжини), так що поперечними коливаннями можна знехтувати (а отже, для опису спінової хвилі немає необхідності розв'язувати систему рівнянь для поперечних хвильових чисел). Ми застосували описану вище теорію до випадків нанотрубки кругового перерізу та нанотрубки еліптичного перерізу, отримавши спектр хвильових чисел для кожного з цих випадків. Для широкої кругової нанотрубки спектр хвильових чисел отримано також у явному вигляді.

ПОДЯКА

Автор висловлює подяку доктору фізико-математичних наук, професору, член-кореспонденту АПН України Ю.І. Горобцю за увагу до роботи, плідну дискусію та цінні зауваження.

Спиновые волны в произвольной ферромагнитной наносистеме с трансляционной симметрией. Нанотрубка кругового сечения. Нанотрубка эллиптического сечения

В.В. Кулиш

Национальний Технический Университет Украины «КПИ», просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

В работе исследуются спиновые волны в произвольной композитной наносистеме с трансляционной симметрией, содержащий легкоосевой ферромагнетик. Для такой системы в магнитостаточеском-приближении получено уравнение для магнитного потенциала с учетом магнитного диполь-дипольного взаимодействия, обменного взаимодействия и эффектов анизотропии. Предложена теория, позволяющая получить дисперсионное отношение и спектр поперечных волновых чисел для конкретной системы такого типа; получено дисперсионное отношение для системы с малыми поперечными размерами. Записано дисперсионное отношение и спектр поперечных волновых чисел для нанотрубок кругового и эллиптического сечений.

Ключевые слова: Спиновые волны, Наномагнетизм, Ферромагнитное нанотрубка, Ферромагнитный нанопроволока, Дипольная-обменная теория.

Spin Waves in an Arbitrary Ferromagnetic Nanosystem with a Translational Symmetry. Nanotube with a Round Cross-section. Nanotube with an Elliptic Cross-section

V.V. Kulish

National Technical University of Ukraine "KPI", 37, Peremogy prosp., 03056 Kyiv, Ukraine

In the paper, spin waves in an arbitrary translational-symmetry composite nanosystem containing an "easy axis" ferromagnet are studied. For such a system, equation for the magnetic potential in magnetostatic approximation is obtained taking into account the magnetic dipole-dipole interaction, the exchange interactionб and the anisotropy effects. The theory that allows to obtain the dispersion relation and the transverse wavenumber spectrum for a particular system of this type is proposed; dispersion relation for a system with small transverse size is obtained. The dispersion relation and the transverse wavenumber spectrum are written for nanotubes with round and elliptic cross-sections.

Keywords: Spin waves, Nanomagnetism, Ferromagnetic nanotube, Ferromagnetic nanowire, Dipole-exchange theory.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. S. Neusser, D. Grundler, *Adv. Mater.* **21**, 2927 (2009).
2. C. Chappert, A. Fert, F.N. Van Dau, *Nat. Mater.* **6**, 813 (2007).
3. T. Schneider, A.A. Serga, B. Leven, B. Hillebrands, R.L. Stamps, M.P. Kostylev, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 022505 (2008).
4. R.P. van Stapele, F.J.A.M. Greidanus, J.W. Smits, *J. Appl. Phys.* **57**, 1282 (1985).
5. M. Bauer, O. Büttner, S.O. Demokritov, B. Hillebrands, V. Grimalsky, Yu. Rapoport, A.N. Slavin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3769 (1998).
6. R. Skomski, M. Chipara, D.J. Sellmyer, *J. Appl. Phys.* **93**, 7604 (2003).
7. R. Arias, D.L. Mills, *Phys. Rev. B* **63**, 134439 (2001).
8. F.G. Aliev, J.F. Sierra, A.A. Awad, G.N. Kakazei, D. S. Han, S.-K. Kim, V. Metlushko, B. Ilic, K.Y. Gulienko, *Phys. Rev. B* **79**, 174433 (2009).
9. K. Yakushiji, S. Mitani, K. Takanashi, J.-G. Ha, H. Fujmori, *J. Magn. Magn. Mater.* **212**, 75 (2000).
10. M. Inoue, K. Arai, T. Fujii, M. Abe, *J. Appl. Phys.* **85**, 5768 (1999).
11. A. Butera, J.N. Zhou, J.A. Barnard, *Phys. Rev. B* **60**, 12270 (1999).
12. A. Figotin, I. Vitebskiy, *Phys. Rev. B* **67**, 165210 **(**2003).
13. S. Ohnuma, N. Kobayashi, T. Masumoto, S. Mitani, H. Fujimori, *J. Appl. Phys.* **85**, 4574 (1999).
14. I.L. Lyubchanskii, N.N. Dadoenkova, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, T.H. Rasing, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36**, R277 **(**2003).
15. L. Maya, J.R. Thompson, K.J. Song, R.J. Warmack, *J. Appl. Phys.* **83**, 905 (1998).
16. H. Cao, L. Wang, Y. Qiu, Q. Wu, G. Wang, L. Zhang, X. Liu, *Chem. Phys. Chem.* **7**, 1500 (2006).
17. Y. Zhang, N.W. Franklin, R.J. Chen, *Chem. Phys. Lett.* **331**, 35 (2000).
18. G. Xiao-Kun, C. Bing-Yang, *Chinese Phys.* **16**, 3777 (2007).
19. D.M.N. Hasan, M.N. Hossain, K.M. Mohsin, M.S. Alam, *TENCON-2010 Computer, Circuit and Systems, Antennas and Propagation – 2010 IEEE Region 10 Conference (TENCON 2010), 1915* (Fukuoka: 2010).
20. V. Holovatsky, V. Gutsul, *Condens. Matter. Phys.* **10**, 61 (2007).
21. S. Dag, S. Ciraci, *Phys. Rev. B* **71**, 165414 (2005).
22. R.L.D. Whitby, W.K. Hsu, Y.Q. Zhu et al., *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* **362**: 2127 (2004).
23. A. Ferta, L. Piraux, *J. Magn. Magn. Mater.* **200**, 338 (1999).
24. K. Nielsch, F.J. Castaño, S. Matthias, W. Lee, C.A. Ross, *Adv. Eng. Mater.* **7**, 217 (2005).
25. R. Sharif, S. Shamaila, M. Ma, L.D. Yao, R.C. Yu, X.F. Han, M. Khaleeq-ur-Rahman, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 032505 (2008).
26. Y. Ye, B. Geng, *Crit. Rev. Solid State Mater. Sci.* **37**, 75 (2012).
27. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В., *Спиновые волны* (М.: Наука: 1967).
28. Гуревич А.Г., Мелков Г.А., *Магнитные колебания и волны* (М.: Физматлит: 1994).